26/03/2020

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Objetivo de la clase:

- Identificar sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Un grupo de artesanos tienen un trozo de mármol. Para trabajarlo de mejor manera, moldearán una parte para obtener un trozo, de forma rectangular y con la condición de que la medida de su largo (y) sea el doble de la medida de su ancho (x).

¿Cuáles son las medidas del largo (y) y el ancho (x)?

¿Es correcto afirmar que para responder a la pregunta planteada se deben resolver simultáneamente las restricciones que se muestran? Explica.

$$\left.\begin{array}{ll} ❶ & 2x + 2y = 132 \\ ❷ & 2x - y \ \ = 0 \end{array}\right|$$

❶ → Perímetro rectángulo.

❷ → El largo mide el doble del ancho.

26/03/2020

Completa la siguiente tabla con valores para cada ecuación.

1 $2x + 2y = 132 \blacktriangleright y = -x + 66$

x	y	(x, y)
22		
	0	
4		

2 $2x - y = 0 \blacktriangleright y = 2x$

x	y	(x, y)
	0	
12		
	44	

¿Qué valores se repiten? Responde a la pregunta planteada.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas son dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas que han de verificarse a la vez

Se escribe

$$\begin{cases} a\,x + b\,y = c \\ a'\,x + b'\,y = c' \end{cases}$$

Se llaman coeficientes

Se llaman términos independientes

Una **SOLUCIÓN** del sistema $\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'\,x+b'\,y=c' \end{cases}$

es cualquier pareja de valores (x, y) que verifique las dos ecuaciones

Ejemplo

$$\begin{cases} 2\,x-y=-3 \\ 4\,x-y=-1 \end{cases}$$

El par (1, 5) es una solución de este sistema porque:

2·1- 5 = -3

4·1- 5 = -1

$\boxed{x=1}$

$\boxed{y=5}$

Dos sistemas son **EQUIVALENTES** si tienen las mismas soluciones

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS

$$\begin{cases} a\,x + b\,y = c \\ a'\,x + b'\,y = c' \end{cases}$$

- Si $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}$ $\longrightarrow$ **SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO**

  Infinitas soluciones

- Si $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} \neq \dfrac{c}{c'}$ $\longrightarrow$ **SISTEMA INCOMPATIBLE**

  No tiene solución

- Si $\dfrac{a}{a'} \neq \dfrac{b}{b'}$ $\longrightarrow$ **SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO**

  Tiene una única solución

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

❶ MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

-Se despeja una incógnita en una ecuación

-Se sustituye esa expresión en la misma incógnita de la otra ecuación

-Se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita. Se resuelve ésta.

-El valor de esa incógnita se sustituye en la expresión donde estaba despejada la otra incógnita.

Ejemplo

$$\begin{cases} x+2y = 8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \longrightarrow x=8-2y$$

$$3(8-2y)-4y=-6 \longrightarrow \boxed{y=3}$$

$$x=8-2\cdot 3$$

$$\boxed{x=2}$$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DESISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

2 MÉTODO DE IGUALACIÓN

-Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones

-Se igualan esas dos expresiones

-Se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita. Se resuelve ésta.

-El valor de esa incógnita se sustituye en cualquiera de las dos expresiones, para calcular el valor de la otra.

Ejemplo

$$\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$$

$$x+2y=8 \longrightarrow x=8-2y$$

$$3x-4y=-6 \longrightarrow x=\frac{-6+4y}{3}$$

$$8-2y=\frac{-6+4y}{3}$$

$$\boxed{y=3}$$

$$\longrightarrow x=8-2\cdot 3$$

$$\boxed{x=2}$$

Retroalimentación

- Dado el siguiente problema

Para ingresar al parque se puede adquirir entradas para adultos a $ 4 500 y para niños a $ 2 000. Paula adquirió 6 entradas y pagó $ 17 000. ¿Cuántos adultos y cuántos niños conforman la familia de Paula?

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DESISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

3 MÉTODO DE REDUCCIÓN (Eliminación de una incógnita)

-Se multiplican una o las dos ecuaciones por números de manera que los coeficientes de una misma incógnita sean opuestos

-Se suman esas dos ecuaciones, eliminando así una de las incógnitas

-Se resuelve la ecuación resultante.

-Se sustituye ese valor en cualquiera de las dos ecuaciones para calcular el valor de la otra incógnita.

Ejemplo

$$\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \xrightarrow{por\ (-3)} \begin{cases} -3x-6y=-24 \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$$

$$+ \quad \cancel{} \quad -10y=-30 \longrightarrow \boxed{y=3}$$

$$\longrightarrow x+2\cdot 3=8 \longrightarrow \boxed{x=2}$$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DESISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

3b MÉTODO DE DOBLE REDUCCIÓN

-**Consiste en aplicar el método de reducción a ambas incógnitas**

Ejemplo

$$\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \xrightarrow{por\ (-3)} \begin{cases} -3x-6y=-24 \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$$

$$+ \qquad -10y=-30 \longrightarrow \boxed{y=3}$$

$$\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-4y=-6 \end{cases} \xrightarrow{por\ 2} \begin{cases} 2x+4y=16 \\ 3x-4y=-6 \end{cases}$$

$$+ \qquad 5x = 10 \longrightarrow \boxed{x=2}$$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DESISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

MÉTODO GRAFICO

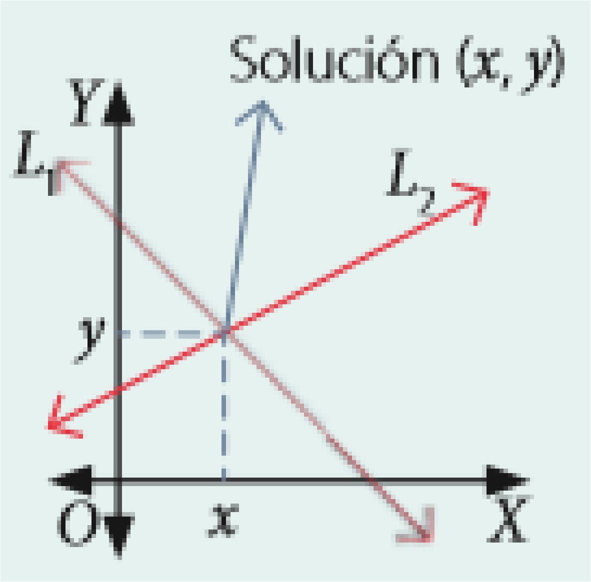
Para resolver **gráficamente** un sistema de ecuaciones lineales, se representan en el plano cartesiano las rectas correspondientes a cada ecuación. La solución del sistema, cuando existe y es única, será al punto de intersección de ambas rectas.

Al graficar el sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}\right]$.

Con a, b, c, d, e y f números racionales distintos de cero, se tienen 3 posibles casos:

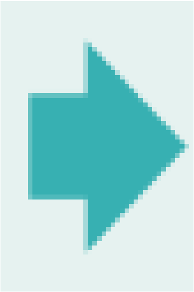
Caso 1. El sistema es **compatible**, es decir, tiene **una única solución** y es cuando las dos rectas son secantes. Además, se cumple que:

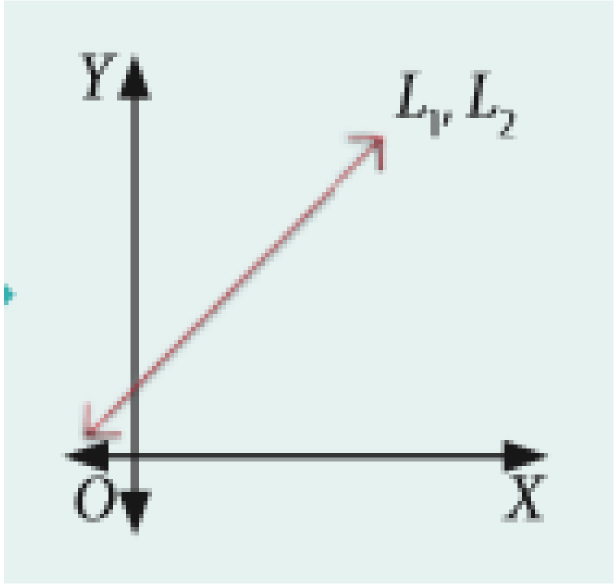
$$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$$



Caso 2. El sistema es **compatible indeterminado,** es decir, tiene **infinitas soluciones** y es cuando las dos rectas son coincidentes. Además, se cumple que:

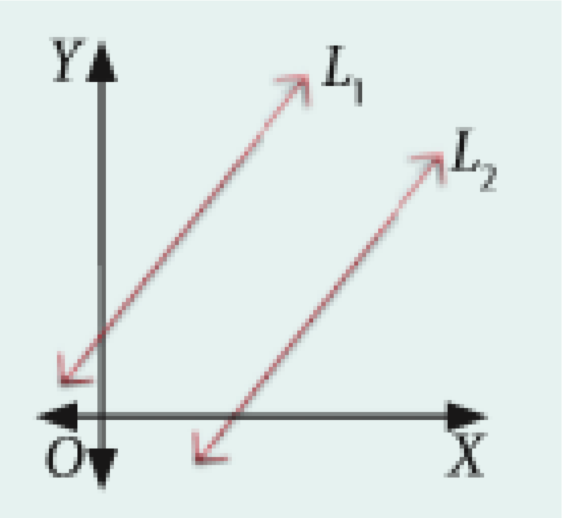
$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$





Caso 3. El sistema es **incompatible**, es decir, **no tiene solución**, y es cuando las dos rectas son paralelas no coincidentes. Además, se cumple que:

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$



Objetivo de la clase:

- Utilizar métodos de resolución de Igualación, sustitución y grafica para resolver problemas.

Actividad Complementaria

En los ejercicios siguientes determina de cuál o cuáles sistema(s) es solución el punto dado.

1) (2, 3)

a) $x + y = 5$
$x - y = -1$

b) $2x + y = 7$
$2x = 3y$

c) $x + y = 5$
$3x = 2y$

2) (-1, 4)

a) $2x + y = 2$
$x + y = 5$

b) $x - y = -5$
$x + y = 3$

c) $x + 4y = 15$
$4x = y$

III) Resuelve aplicando el método de sustitución

1. $$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ x - y &= 1 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} y &= -x \\ 3x - 2y &= 15 \end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} 5x - 8y &= 42 \\ 3x + 2y &= 32 \end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned} 3x - 2y &= 13 \\ 2x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

26/03/2020

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, utiliza para ello el método que estimes más conveniente :

1) $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 3x - 7y = 19 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 6y - 5x = 18 \\ 12x - 9y = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x = 7y \\ 12y = 5x - 1 \end{cases}$